ELEMENTS OF

Statics and *Dynamics*

IN HINDI

BY

NAVINA CHANDRA RAI.

Published under the auspices of the

PUNJAB UNIVERSITY COLLEGE.

Lahore:

PRINTED BY BARKAT RAM, AT THE "ANJUMAN-I-PUNJAB," PRESS.

1882.

Price 8 Annas.

स्थितितत्त्व और गतितत्त्व

श्री नवीन चन्द्र राय कृत

पञ्जाब महा विद्यालय
के निमित्त प्रकाशित

लाहोर

सन १८८२ ई०
अञ्जुमने पञ्जाब प्रेसमे मुद्रित

भूमिका

यह पुस्तक, निर्म्माण विद्या के अन्तर्गत, साधारण निर्म्माण और पुल सड़क प्रभृति निर्म्माण रीति के तत्त्व प्रकरण रूपसे, श्रीमन्महाराज जम्बू काश्मीराधिपति के निमित्त, हेनरीला साहेब कृत अंग्रेज़ी पुस्तक से अनुवादित हुई थी। अब यह पञ्जाब महा विद्यालय के विद्यार्थी पण्डितों के निमित्त " पञ्जाब युनिवर्सिटी कालेज" के व्यय से मुद्रित और प्रकाशित हुई। निर्म्माण विद्या के सिवाय शिल्प विद्या साधारण और प्राकृत तत्त्व विद्या मे भी इसका उपयोग हो सकता है। वस्तुतः स्थितितत्त्व और गतितत्त्व के विशद ग्रंथों की यह एक अनुक्रमणीका है, जिसके पाठ से सबोंका पाठ अल्पायास साध्य होजायगा। अतएव महाविद्यालय की उच्चशिक्षा मे यह विशेष उपकारिणी होगी।

निर्म्माणविद्या

प्रथम अध्याय

उपक्रमणिका।

१। "निर्म्माणविद्या" उसविद्याको कहते हैं जिस से घर, सड़क, नहर, लोहेकी सड़क प्रभृति, उन्के उपकरण यन्त्र और उन्की उपादान सामग्री (१) प्रभृति के निर्म्माण और प्रस्तुत करने का तत्व और रीति विदित हो।

२। निर्म्माण विद्या के प्रधान विभाग दो हैं। प्रथम विभाग को "तत्व (२) प्रकरण" कहते हैं, दूसरे को "रीति (३) प्रकरण"।

३। तत्व प्रकरण मे बोझ, गति, शक्ति, बल प्रभृति का वर्णन और उन्की गणना होती है।

४। रीति प्रकरण मे घर सड़क प्रभृति एक एक वस्तु के निर्म्माण की रीति होती है। यद्यपि रीति प्रकरणहि कार्य्योपयोगी है, पर इस्के बहुत स्थलोंमे तत्वप्रकरण की गणना की अपेक्षा होती है, इसलिये इस ग्रन्थमे तत्व प्रकरणहि पहिले लिखा जाता है।

५। निर्म्माण विद्या यद्यपि उल्लिखित दो भागोंमे विभक्त

(१) Material (२) Science
(३) Art

है, पर इससे यह अभिप्राय कदापि नहिं कि इतने मेंहि यह विद्या सम्पूर्ण होजाती है। इसके साधनस्वरूप और बहुत विद्या हैं यथा गणित, ज्यामिति, भूपरिमापनविद्या, चित्रकारीविद्या, शिल्पविद्या, पदार्थविद्या, अनुमिति, लेखा प्रभृति जिनका थोड़ा बहुत ज्ञान निर्म्माता को आवश्यकीय होता है। सिवाय इसके प्रत्येक विद्या की अनेक और बहु विस्तीर्ण शाखा हैं, जिन सभों का वर्णन एक ग्रन्थ मे कभी सम्भव नहिं। वस्तुतः निर्म्माण विद्या एक बड़ा शास्त्र है। जो इस शास्त्र मे अच्छी व्युत्पत्ति की इच्छा रक्खें उन्हें यह प्रत्याशा न रखनी चाहिये कि इस संक्षिप्त ग्रन्थ से हि वे कृतकार्य होजावेंगे, तथापि जो प्रधान२ बातें हैं उनका ज्ञान इससे होसकेगा॥

द्वितीय अध्याय

तत्व प्रकरण

पार्थिवयोगस्थितितत्व

६। पार्थिव योग एक पृथक विद्या है, उसका सम्पूर्ण वर्णन यहां अभिप्रेत नहिं। परन्तु इसविद्याका जितना अंश निर्म्माण विद्या का उपयोगी और आवश्यक है वह यहां संकलित होता है॥

(१) Mensuration (२) Surveying
(३) Drawing (४) Mechanics &c (५) Natural Philosophy
(६) Estimating (७) Accounts (८) Mechanics
(९) Statics

७। पार्थिव योग के दो प्रधान विभाग हैं। एक का नाम स्थिति तत्व, दूसरे का नाम गति तत्व(१)। स्थिति तत्व में इस विषय का निर्णय है कि किसी वस्तु का, अथवा वस्तु के अङ्ग वा वस्तुओं की समष्टि का दबाव वा बोझ कहां पड़ेगा और कितना पड़ेगा। अतएव इसी से निर्म्मित वस्तुओं के बल की भी गणना होती है॥

८। कोई वस्तु अपनी अवस्था का, चाहे वह स्थिर हो चाहे गति विशिष्ट, स्वतः परिवर्त्तन नहिं कर सकता। वस्तुओं की गति की, चाहे वह गति कैसी हि थोड़ी हो, उत्पत्ति, परिवर्त्तन वा नाश किसी वाह्यिक कारण से हि होता है। जड़ वस्तु के इस गुण को जड़ता वा *Inertia* कहते हैं। और वाह्यिक कारण को जिस से उसकी अवस्था में विकार उत्पन्न होकर गति वा गति का नाश हो उसे शक्ति(२) कहते हैं। परन्तु इससे यह न समझना चाहिये कि शक्ति के योग होने से हि वस्तु में गति उत्पन्न होती है, क्योंकि विरुद्ध शक्ति के द्वारा गति का नाश सम्भव है; अर्थात् एक शक्ति जब एक दिशा में कार्य्य कर रही हो और दूसरी शक्ति उसके विरुद्ध दिशा में, और वह दोनो शक्ति तुल्य हों तो वस्तु में कुछ भी गति नहिं होगी, क्योंकि एक शक्ति से गति की उत्पत्ति और दूसरी से नाश होने से वस्तु अपनी

(१) *Dynamics* (२) *Force*

प्रथमावस्था अर्थात् स्थिरता में हि रहेगा। जब एक शक्तिका कार्य्य दूसरी शक्तियों के समवेत कार्य्यों के तुल्य और विरुद्ध होकर विनष्ट होजाता है तब उन शक्तियों को दबाव(१) कहते हैं, और उनकी अवस्था को साम्यावस्था(२) कहते हैं।

दबाव का संयोग(३) विभाग(४)

१। दबावों को कागज़ पर रेखाओं के द्वारा दिखलाने की रीति है। रेखा की दिशा वहि होती है जो दबाव की दिशा हो; और रेखा की लम्बाई से दबाव का परिमाण निर्दिष्ट होता है॥ जैसे निम्न लिखित चित्र मे दो रेखा मे दो दबाव दिखलाये जाते हैं, जिनकी दिशा परस्पर समकोण(५) मे हैं। यदि इञ्च के दशमांश को १ सेर का बोझ, वा दबाव समझें तो इनमेंसे एक रेखा के द्वारा ८ सेर का दबाव, दूसरी के द्वारा ५ सेर का दबाव निर्दिष्ट होता है। शर-फलक (तीरकी नोक) द्वारा दबाव की दिशा निरूपित होती है।

(चित्र १)

(1) Pressure (2) Equilibrium (3) Composition
(4) Resolution (5) Right Angle

(चित्र २)

१०। चित्र २ में मानो कि अ० एक वस्तु है जिस पर तीन दबावों का कार्य्य होता है; इन दबावों की दिशा और परिमाण क० ख० ग० चिन्हित तीन शर से निर्दिष्ट होते हैं; ये दबाव इस रीति से सम्बद्ध हैं कि उनके संयुक्त कार्य्य से अ० वस्तु साम्यावस्था में है, अर्थात् वह किसी ओर हिलने वाली नहिं। अब कल्पना करो कि ख० ग० शक्ति यदि एक वारहि हटाली जावे और एक नई शक्ति च० जो विन्दुमय रेखा से दिखलाई गई है दबाव क० के ठीक विरुद्ध दिशा में लगा दी जावे, और उसका परिमाण भी क० के समान हो तो (६ वें व्याख्यान अनुसार) अ० वस्तु में कोई गति नहिं होगी, अतएव च० शक्ति ख० ग० के समान हुई, क्योंकि ख० ग० मिलकर जैसे क० शक्ति को रोकती हैं, वैसेहि च० उसको रोकती है। कोई दबाव जो इस प्रकार से दो वा तदधिक दबावों का, और उनके समान, काम दे, वह उन दबावों का "फल[१]" कहलाता है। और फल की दिशा और परिमा-

(१) Resultant

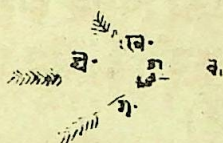
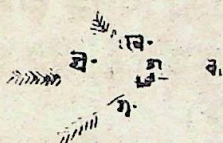
प्रथमावस्था अर्थात् स्थिरतामें रहेगा। जब एक शक्तिका कार्य्य दूसरी शक्तियों के समवेत कार्य्यों के तुल्य और विरुद्ध होकर विनष्ट होजाता है तब उन शक्तियों को दबाव[1] कहते हैं, और उन्की अवस्था को साम्यावस्था[2] कहते हैं।

दबाव का संयोग[3] विभाग[4]

१। दबावों को कागज़ पर रेखाओं के द्वारा दिखलाने की रीति है। रेखा की दिशा वहि होती है जो दबाव की दिशा हो; और रेखा की लम्बाई से दबाव का परिमाण निर्दिष्ट होता है॥ जैसे निम्न लिखित चित्र मे दो रेखा मे दो दबाव दिखलाये जाते हैं, जिन्की दिशा परस्पर समकोण[5] मे हैं। यदि इन्च के दशमांश को १ सेर का बोझ, वा दबाव समझें तो इनमेंसे एक रेखा के द्वारा ८ सेर का दबाव, दूसरी के द्वारा ५ सेरका दबाव निर्दिष्ट होता है। शर-फलक (तीरकी नोक) द्वारा दबाव की दिशा निरूपित होती है।

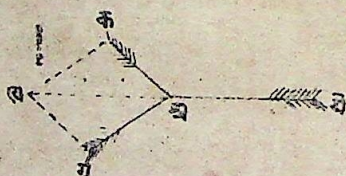
(चित्र १)

(१) Pressure (२) Equilibrium (३) Composition
(४) Resolution (५) Right Angle

(चित्र २)

१०। चित्र २ मे मानो कि अ० एक वस्तु है जिस पर तीन दबावों का कार्य्य होता है; इन दबावों की दिशा और परिमाण क० ख० ग० चिह्नित तीन शर से निर्दिष्ट होते हैं; ये दबाव इस रीति से सम्बद्ध हैं कि उनके संयुक्त कार्य्य से अ० वस्तु साम्यावस्था मे है, अर्थात् वह किसी ओर हिलने वाली नहिं। अब कल्पना करो कि ख० ग० शक्ति यदि एक वारहि हटाली जावे और एक नई शक्ति घ० जो बिन्दुमय रेखा से दिखलाई गई है दबाव क० के ठीक विरुद्ध दिशा मे लगा दी जावे, और उसका परिमाण भी क० के समान हो तो (८ वें व्याख्यान अनुसार) अ० वस्तु मे कोई गति नहिं होगी, अतएव घ० शक्ति ख० ग० के समान हुई, क्योंकि ख० ग० मिलकर जैसे क० शक्ति को रोकती हैं, वैसेहि घ० उसको रोकती है। कोई दबाव जो इस प्रकार से दो वा तदधिक दबावों का, और उनके समान, काम दे, वह उन दबावों का "फल"[१] कहलाता है। और फल की दिशा और परिमा-

[१] Resultant

ण निरूपण करने के क्रमको "शक्तियों का संयोग"(१) कहते हैं। और इसके विपरीत क्रमको, जिससे दो वा अधिक दबाव ऐसे निकलें जिनका संयुक्त कार्य्य किसी एक दबाव के तुल्य हो, "शक्तियों का विभाग"(२) कहते हैं॥

११। किसी दो दबावों का "फल" ऐसे एक समानान्तर चतुर्भुज के कर्ण से दिशा और परिमाण में निर्दिष्ट होता है, कि जिसके दो पासके भुज दिशा और परिमाण में उन दोनों दबावों के निर्देशक हों।* यथा (चित्र २)

* जो बीजगणित जानते हैं उनके निमित्त निम्नलिखित ध्रुवा जिससे किसी दो दबाव के फल का परिमाण और दिशा निर्दिष्ट होते हैं उपकारी होगा। कल्पना करो कि $द_1$ और $द_2$ दो दबाव हैं, इनमें $द_2$ बड़ा है; और उनकी दिशाओं की दो रेखाओं से कोई कोण β बनता है, फ॰ उनका फल है, और ψ कोई कोण है जो फल की दिशा की रेखा $द_2$ की दिशा की रेखा के साथ बनाती है। तब

$$फ = \sqrt{द_1^2 + द_2^2 \mp द_1 द_2 \cdot को॰ज्या\,\beta},$$

$$स्पर्श\ \psi = \frac{द_1 \cdot ज्या\,\beta}{द_2 \mp द_1 \cdot को॰ज्या\,\beta};$$

इन ध्रुवों में ऊपर का चिन्ह तब लेना चाहिये जब β ९० अंश से न्यून हो, और नीचे का चिन्ह जब यह ९० अंश से अधिक हो।

(1) Composition of forces (2) Resolution of forces

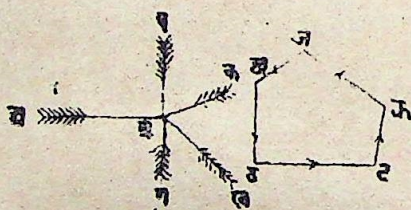
कल्पना करो कि चित्र २ मे क अ और ग अ दो दबाव हैं जो अ० वस्तु पर कार्य्य कर रहे हैं। ग अ के समान और उसके समानान्तर क ख रेखा खेंचो, और क अ के समान और उसके समानान्तर ख ग एक दूसरी रेखा खेंचो जिस से अ क ख ग समानान्तर चतुर्भुज बन जाय, और ख अ उसका कर्ण खेंचो, तब ख अ दिशा और परिमाण मे क अ और ग अ दबावों का फल होगा। कल्पना करो कि अ च दबाव है जो अ वस्तु को साम्यावस्था मे रखता है, और क अ, ग अ दबावों से हिलने नहि देता, तो स्पष्ट है कि अ च, ख अ के समान और उसके सन्मुख होगा, और तीन दबाव क अ, ग अ और अ च जिनसे अ० वस्तु साम्यावस्था मे है त्रिकोण अ क ख के तीन भुज अ क, क ख, और ख अ के समानान्तर और परिमाण मे तुल्य वा अनुपातस्थ[1] हैं। अतएव यह साधारण नियम है कि—

(१) कोई तीन दबाव जो किसी वस्तु मे लगकर उसे साम्यावस्था मे रक्खें वे एक क्षेत्र[2] पर होते हैं और एक त्रिकोण के तीन भुजों के समानान्तर पर और परिमाण मे उन भुजों के अनुपातस्थ होते हैं।

(२) जब कोई वस्तु तीन से अधिक दबावों से, जिनकी दिशा सब एक क्षेत्र पर हों, साम्यावस्था मे होती है, तब वे दबाव एक बहुभुज[3] के भुजों के

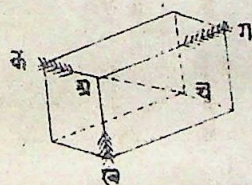
(1) Proportional (2) Plane (2) Polygon

(दिशामें) समानान्तर और (परिमाण में) अनुपातस्थ होते हैं॥ यथा;

(चित्र ४)

कल्पना करो कि चित्र ४ में अ० वस्तु कअ, खअ, गअ घअ और चअ इन पांच दबाओं से साम्यावस्थामें है; तब छज, अक के तुल्य और समानान्तर पर खेंचो, फेर ज से लेकर जझ रेखा अख के तुल्य और समानान्तर पर खेंचो, झ से लेकर झट रेखा अग के तुल्य और समानान्तर पर, ट से लेकर टठ रेखा अघ के तुल्य और समानान्तर पर, और ठसे लेकर एक रेखा अच के तुल्य और समानान्तर पर खेंचो जिसकी नोक छ में जा मिलेगी, और इससे छ ज झ ट ठ पञ्चभुज बन जायगा जिसकी भुजा अ० वस्तु के पांच दबावों के समानान्तर पर और अनुपातस्थ हैं॥

(५) जब कोई तीन दबाव किसी वस्तु पर ऐसी

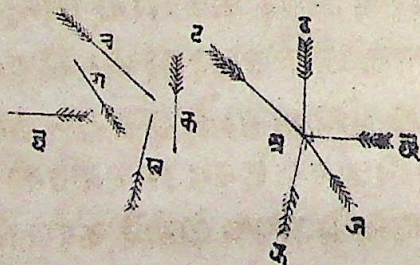
दिशाओं मे कार्य्य कर रहे हों जो एक क्षेत्र मे नहीं, तब उन दबावों का फल परिमाण और दिशा मे ऐसे एक समानान्तर[1] घन के कर्ण मे निर्दिष्ट होगा, जिसके तीन सन्निकृष्ट[2] धार[3] दिशा और परिमाण मे उन तीन दबावों के निर्देशक हों॥ यथा

(चित्र ५)

कल्पना करो कि चित्र ५ मे कअ, खअ, और गअ तीन दबाव हैं जो अ० वस्तु पर कार्य्य कर रहे हैं; चित्र के अनुसार समानान्तर घन बना लो, तब अच कर्ण परिमाण और दिशा मे उक्त तीन दबाओं के फल का निर्देशक होगा।

(५) चाहे कितनेहि दबाव हों और किसी दिशामे वे कार्य्य करें, उनका फल इस साधारण रीति से निकल सकता है – ऊपर जो रीति लिख आये (४वां नियम देखो) उसके अनुसार पहिले दो दबावों का फल निकाल लो, फेर इस फल और एक और दबाव को लेकर

(1) Parallelopipedon (2) Contiguous
(3) edge

इन दोनोंका फल निकालो, फेर उस फल और चौथे दबाव का फल निकालो, इसी प्रकार जितने दबाव हों सब के फल निकालते जाओ, जो अन्त्य फल होगा वहि सारे दबावों का फल होगा॥

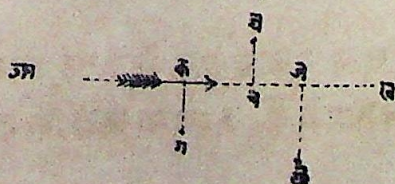
१६। जो कई दबाव, जिन्की दिशा सब एक क्षेत्र मे हैं, साम्यावस्था मे हों, और यदि वे दबाव अपने अपने स्थानों से हटाये जावें जिस्से उन सबों का कार्य्य एक बिन्दु पर होजाय पर उन्के नये स्थानकी दिशा पूर्व्व स्थान की दिशा के समानान्तर पर रहे, तो फिर चाहे जहां हो वे दबाव नये स्थान पर भी सा- [illegible] या मे हि रहेंगे, यथा

(चित्र ६)

चित्र ६ मे क ख ग घ च दबाव एक क्षेत्र पर, कार्य्यकार रहे हैं और साम्यावस्था मे हैं, कल्पना करो कि क॰ खाव

अ॰ विन्दु पर डअ की दिशामे अपने पहिले स्थान के समानान्तर पर लगाया जावे, ख॰ दबाव ऊअ की दिशामे, ग॰ दबाव जअ की दिशामे, घ॰ दबाव ञअ की दिशामे, और च॰ दबाव टअ की दिशामे सब अपने पहिले स्थानों के समानान्तर पर लगाये जावें, तो अ॰ विन्दु इन पांच दबावों के कार्य्य से साम्यावस्था मे रहेगा, अर्थात् किसी ओर को भी नहि हिलेगा॥

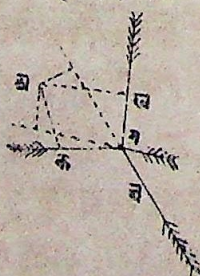
दबावों की मात्रा (१)

६। जब एक दबाव का कर्म्म किसी विन्दु के ... न्ध से (जो विन्दु उस दबाव के क्षेत्र मे हो पर उसकी दिशामे न हो) विवेचित होता है, तो वह कर्म्म दबाव के परिमाण पर हि निर्भर नहि करता, वरञ्च विन्दुसे दबाव की दिशा के सीधे (२) अन्तर पर भी। सो दबाव के परिमाण को, उक्त सीधे अन्तर के साथ गुण करने से जो गुणन (३) फल निकलता है वह उस दबाव की मात्रा (४), जो विन्दु के सम्बन्ध से उत्पन्न होती है, कहलाती है। यथा,

(चित्र ६)

(१) *Moments of pressures.* (२) *Perpendicular distances.* (३) *Product* (४) *Moment*

चित्र ७ मे क० यदि बल की दिशामे ९ सेर के दबाव का निर्देशक हो और ग, घ, ङ, विन्दुओं के सम्बन्ध से उसकी मात्रा के मापने की इच्छा हो, और यदि ग० विन्दु से बल रेखा का कग सीधा अन्तर ५ के समान हो, घ० विन्दु से उक्त रेखा का घच सीधा अन्तर ४ के समान, और ङ० विन्दु से उक्त रेखा का ङछ अन्तर ८ के समान हो, तो क० की मात्रा ग० के सम्बन्ध से ९×५=४५ होगी, घ० के सम्बन्ध मे ९×४=३६ होगी, और ङ के सम्बन्ध से ९×८=७२ होगी॥

जो साम्यावस्था प्राप्त कई दबावों की दिशा सब एक क्षेत्र मे हों, और उस क्षेत्र मे किसी निर्दिष्ट विन्दु के सम्बन्ध से उनकी मात्रा ली जावें, तो जो मात्रा कि क्षेत्र को उस विन्दु के चारों ओर एक दिशामे घुमाने की शक्ति रखते हैं, वे उन मात्राओं के समान होते हैं जो उसे तद्विरुद्ध दिशामे घुमाने की शक्ति रखते हैं। यथा;

(चित्र ८)

(?) given

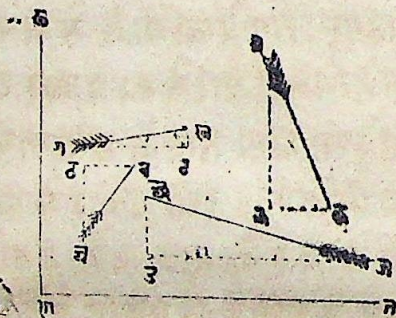
कल्पना करो कि चित्र ८ में क ख ग घ ये चार दबाव साम्यावस्था में हैं; अ० विन्दु के सम्बन्ध से इन्की मात्रा लो। अब ख ग ये दोनों दबाव क्षेत्र को अ० विन्दु के पार्श्व में दहिने से बावीं ओर लेजाने की शक्ति रखते हैं; और क घ दबाव उसी विन्दु के पार्श्व में उसे बावें से दहिनी ओर लेजाने की शक्ति रखते हैं। जब ऐसा हो तो परीक्षा से विदित होगा कि ख ग दबावों की (अ० के सम्बन्ध से) मात्रा का जोड़, क ग दबावों का (उसी अ० के सम्बंध से) मात्रा के जोड़ के समान होगा, अ[illegible] विन्दु के पार्श्व में क्षेत्र को दो परस्पर विरुद्ध दिशा में घुमाने की शक्तियें परस्पर तुल्य होती हैं॥

१४। यदि कई दबाव साम्यावस्था में हों और उन सभों की दिशा एक क्षेत्र में हो, और उनमें से प्रत्येक को दो और दबावों में विभक्त करें जिन्की दिशा दो निर्दिष्ट[1] परस्पर समकोण रेखाओं के (जो उसी क्षेत्र में हों) समानान्तर पर हों; तब उन निर्दिष्ट रेखाओं में से किसी के ऊपर जितने दबाव एक दिशा में क्षेत्र को प्रेरण करते हैं उन्की समष्टि उन दबावों की समष्टि के तुल्य होगी जो उसी रेखा पर सर्व्व दबावों के

[1] Given

विरुद्ध दिशा मे देश को प्रेरण करते हैं॥ यथा

(चित्र ९)

---

* इस नियम से एक देशस्थ अनेक दबावों के फल का परिमाण और दिशा निकालने का एक बड़ा सीधा धुवा निकलता है। यथा; चित्र ९ मे दबाव अक, खग, घच को द₁, द₂, द₃, से यदि निर्देश करें, और वे तण (निर्दिष्ट रेखा) के साथ जो (अकऊ, खगट, घचठ) कोण बनाते हैं उन्हें Δ_1, Δ_2, और Δ_3 से निर्देश करें; तो त्रिकोणमिति के अनुसार स्पष्ट है कि ऊक, गट और चठ रेखा उन कोणों की कोज्या⁽¹⁾ गुणीत द₁, द₂, द₃, हैं; और अऊ, खट, घठ रेखा उन कोणोंकी ज्या⁽²⁾ गुणित उक्त दबाव हैं। सो फल को यदि हम फल और तण (रेखा) के साथ उसके कोण को ψ से निर्देश करें तो.

फ० को० ज्या ψ = द₁· कोज्या Δ_1 + द₂· कोज्या Δ_2 + द₃· कोज्या Δ_3

फ० ज्या ψ = द₁· ज्या Δ_1 + द₂· ज्या Δ_2 + द₃· ज्या Δ_3

इन से ये धुवे निकलते हैं

फ = √ {(द₁· कोज्या Δ_1 + द₂· कोज्या Δ_2 .... + दन· कोज्या Δ_n)² + (द₁· ज्या Δ_1 + द₂· ज्या Δ_2 .... दन· ज्या Δ_n)² }

स्प⁽³⁾ ψ = (द₁· ज्या Δ_1 + द₂· ज्या Δ_2 .... दन· ज्या Δ_n) / (द₁· कोज्या Δ_1 + द₂· कोज्या Δ_2 .... दन कोज्या Δ_n);

इन धुवों मे धन⁽⁴⁾ ऋण⁽⁵⁾ राशि दबावों के दिशा के अनुसार लेनी होंगी॥

(1) Cosine (2) Sine (3) Tangent
(4) Positive (5) Negative

कल्पना करो कि चित्र ९ मे अक, खग, चच, छज चार निर्दिष्ट दबाव साम्यावस्था मे हैं, और ढण, तण दो निर्दिष्ट रेखा परस्पर समकोण हैं और उक्त दबावों के क्षेत्र मे हैं; अब अक को अऊ और ऊक दो दबावों मे जो ढण, तण रेखाओं के समानान्तर पर हों विभक्त करो (विभक्त करने का प्रकार यह है कि अ और क से दो रेखा ढण तण के समानान्तर परखेंचो जो ऊ पर जा मिलेंगी); इसी प्रकार से खग को गट और टख दबावों मे, चच को चठ, ठच, दबावों मे और छज को छड, जड दबावों मे विभक्त करो । [illegible] रेखा पर ऊपर की ओर क्षेत्र को लेजाने वाले दबाव टख, चठ और उछ हैं और उसी रेखा पर नीचे की ओर लेजाने वाला दबाव अऊ है, मापा जावे तो सर्वोक्त तीनों दबावों की समष्टि शेषोक्त के तुल्य निकलेगी; फेर तण रेखा पर दहनी ओर क्षेत्र को लेजाने वाले दबाव ऊक, गट, और ठच हैं, और बायीं ओर लेजाने वाला दबाव जड़ है जो मापने से सर्वो तीनों दबावों की समष्टि के तुल्य निकलेगा॥

समानान्तर दबाव

२०। यदि कई दबावों की दिशा परस्पर समानान्तर हो, तब उन्के फल की दिशा भी उन्के समानान्तर होगी; और यदि वे सब एक दिशा मे कार्य्य करें तो उन्के फलका परिमाण उन्के परिमाणों की समष्टि के तुल्य होगा; पर कुछ उनमे से यदि एक दिशा मे कार्य्य करें और कुछ तद्विरुद्ध दिशा मे तो उन्के फलका परिमाण, एक दिशा के दबावों की समष्टि से दूसरी दिशा के दबावों की समष्टि के अन्तर, के तुल्य होगा॥ कई समानान्तर दबाव एक निर्दिष्ट बिन्दु के पास साम्यावस्था मे कहलाते हैं यदि वैसे एक लेव के जिसमे वह बिन्दु हो सब एक ओर लगाये जावें और उन्के परिमाणके तुल्य एक और दबाव उस बिन्दु से उन्के विरुद्ध दिशा मे लगाये जानेसे वह लेव न हिले। इसीसे यह भी स्पष्ट है कि कई समानान्तर दबाव उस बिन्दु के पासहि साम्यावस्थामे होसकते हैं जो उन्के फल की दिशा मे हो। यथा

(चित्र १०)

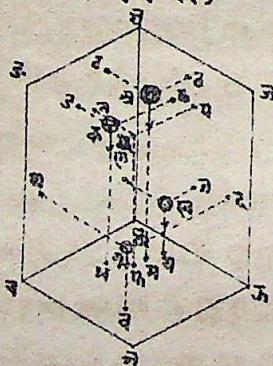
कल्पना करो कि अक, जख, झग, टघ और ठच पांच समानान्तर दबाव हैं जो ढणतथ क्षेत्र पर एक विन्दु भेद किये कार्य्य कर रहे हैं। मानो कि वे अ-विन्दु पर साम्यावस्था में हैं, अर्थात अ विन्दु वह है जहां एक और यथोचित परिमाण का दबाव पूर्व्व दबावों के विरुद्ध दिशा में, अर्थात क्षेत्र के नीचे, लगाय जावे तो वह क्षेत्र स्थिर रहे; तो परिमाण मे उक्त पांचों दबावों की समष्टि के तुल्य और दिशा मे उनके समानान्तर एक दबाव अम, अ विन्दु पर उनका फल होगा॥

गुरुत्व केन्द्र (१)

२१। विविध वस्तुओं के समूह (२) का गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करने के निमित्त समानान्तर दबावों का नियम बहुधा काम मे आता है। क्योंकि प्रत्येक वस्तु का बोझ एक एक दबाव समझा जाता है जो उस वस्तु के गुरुत्व केन्द्र द्वारा अन्य के समानान्तर दिशा मे कार्य्य करता है (वस्तुतः बोझ के सारे दबाव पृथिवी के गुरुत्व केन्द्र की दिशा मे कार्य्य करते हैं, परन्तु व्यवहार मे वे परस्पर समानान्तर समझे जा सकते हैं; क्योंकि वे प्राय समानान्तर ही होते हैं); और वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र उनके दबावों के फल में होता है

(१) Centre of Gravity
(२) Complex system of bodies

२२। कई समानान्तर दबावों के फल की मात्रा, जो उन दबावों की दिशा के समानान्तर किसी निर्दिष्ट क्षेत्र से मापी जावे, उन सारे दबावों की मात्राओं की, जो उसी क्षेत्र से मापी गई हों, समष्टि के समान होती है। सो किसी वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करने के निमित्त, यदि हम उन वस्तुओं की मात्राओं को तीन पृथक् क्षेत्रों से, जो परस्पर समकोण में हों, मापें, तो इस रीति से जो तीन फल निकलें वे उनका सम्पात[१] बिन्दु उक्त वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र होगी। उदाहरण यथा,

(चित्र ११)

* यदि $द_1, द_2, द_3$, इत्यादि समानान्तर दबाव हों और $अ_1, अ_2, अ_3$, इत्यादि किसी निर्दिष्ट समानान्तर क्षेत्र से उनके अन्तर हों, तथा फ- उनका फल हो, और व- उसी क्षेत्र से इसका अन्तर हो, तो यह और पूर्वोक्त नियम बीजगणित की रीति से इस प्रकार लिखे जाते हैं।

$$फ = द_1 + द_2 \cdots + द_न$$

$$व = \frac{द_1 अ_1 + द_2 अ_2 \cdots + द_न अ_न}{द_1 + द_2 \cdots + द_न}$$

(1) Point of intersection

कल्पना करो कि चित्र ११ में अ, क, ख, ग चार वस्तु हैं जि-न्का साधारण गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करना है। मान लो कि तीन क्षेत्र यङ-चछ, हजऊढ, वछऊज परस्पर समकोण में हैं, और उक्त वस्तुओं का बोझ, प्रत्येक क्षेत्र से उन्का अन्तर, और उन्का गुणन फल अर्थात मात्रा निम्नलिखित प्रकोष्ट(१) के अनुसार है

	बोझ सेर	यङ-चछ क्षेत्र से अन्तर	मात्रा	हजऊछ क्षेत्र से अन्तर	मात्रा	वछऊज क्षेत्र से अन्तर	मा[illegible]
अ	८	टअ = १३	१०४	तअ = ६	[illegible]	[illegible]	[illegible]
क	६	ङक = ८	४८	ढक = १८	१०८	मक = ३५	२१०
ख	४	णख = १३	५२	खत = ५	२०	मख = १३	५२
ग	२	थग = २१	४२	दग = २५	५०	वग = १२	२४
	२०		२४६		२५०		६२८

इस प्रकोष्ट से स्पष्ट होता है कि सब वस्तुओं की मात्राओं की, जो यङ-चछ से मापी गई हैं, समष्टि २४६ है; जो हजऊछ से मापी गई हैं, उन्की समष्टि २५० है, और जो वछऊज से मापी गई हैं उन्की समष्टि ६२८ है; अब जो कि उक्त दबावों के फल की प्रत्येक क्षेत्र से मापित मात्रा उक्त समष्टियों के समान है और फल का

(१) Table

परिमाण बोझ की समष्टि के समान, अर्थात् २० है, सो उक्त समष्टिओं को यदि हम २० से भाग दें, तो फल अथवा सब वस्तुओं के साधारण गुरुत्व केन्द्र का प्रत्येक क्षेत्र से अन्तर हमको प्राप्त होगा। यथा $\frac{२४६}{२०}$ = १२.३ चारों वस्तु अ, क, ख, ग के गुरुत्व केन्द्र का अउ-बक्ष क्षेत्र से अन्तर नध है; $\frac{२५०}{२०}$ = १२.५ उसका अजकक्ष क्षेत्रसे अन्तर धप है; और $\frac{६३८}{२०}$ = ३१.९ उसका बक्षकज क्षेत्र से अन्तर धफ है; इस रीति से साधारण गुरुत्व केन्द्र ध का स्थान निरूपित होगया॥

गतिमत्व (१)

सम (२) और विषम (३) गति के नियम

२३। सर्व्व प्रकरण मे हमने केवल स्थिर वस्तुओं पर दबावों के कार्य्य का वर्णन किया, और यह भी दिखलाया कि पृथक् २ दिशा के अनेक दबावों का फल क्योंकर निकाला जाता है, अर्थात् ऐसे एक दबाव की दिशा और परिमाण क्या है जो विविध दिशा और परिमाण के अनेक दबावों का स्थानापन्न होसके। अब हमें उन शक्तिओं का कार्य्य निरूपण करना है जो वस्तुओं मे गति की उत्पत्ति वा स्थिति के हेतु होतेहैं।

२४। दबावों के विषय मे जो सब नियम हमनेपहिले

(१) Dynamics. (२) Uniform. (३) Variable

लिखे हैं, वे सब गतिकारक शक्तियों के विषय में भी
यथावत् प्रयुक्त हो सकते हैं जो "दबाव" के स्थान
में शक्ति शब्द लगा दिया जावे।

२५। हम पहिले कह चुके हैं कि स्थिर वस्तु स्थि
र रहता है अर्थात् उसमें गति उत्पन्न नहिं होती जब
तक कि उसपर किसी बाह्य शक्ति का कार्य न हो, औ
र इसीलिये जड़ वस्तु के इस गुण को जड़ता कहते हैं।
परन्तु यदि किसी वस्तु का वेग प्रगति हनने अर्थात्
सिवाय उसकी अपनी जड़ता के उसके वेग को [illegible]
ई शक्ति न हो, तो चाहे कितनी बड़ी वस्तु हो, एक थो
ड़ी सी भी शक्ति से, उसमें वेग उत्पन्न हो सकता है। यथा,
एक चिकने गोले को यदि सम्पूर्ण चिकने और समत
ल क्षेत्र पर रक्खें और वायु और घर्षण[1] का विरोध कु
छ भी न हो, तो लघुतम स्पर्श शक्ति से भी उस गोले में
कुछ गति आजायगी, और शक्ति के हटा लेने के पीछे
भी वह गति अक्षीण बनी रहेगी अर्थात् उसमें कुछ
न्यूनता न होगी और गोला उसी दिशा में और उसी
वेग[2] के साथ सदा चलता रहेगा। वेग अर्थात् वस्तु की गति
का माप इस रीति से होता है कि एक निर्दिष्ट समय में
उसने कितना स्थान अतिक्रम किया, यह निर्दिष्ट सम
य पाश्चिमात्य विद्वान एक सेकेण्ड अर्थात् ३० विपल

* [illegible] (1) Friction
(2) Velocity

लेते हैं, अर्थात् एक सेकेण्ड मे जितने फुट कोई वस्तु जावे वह उसकी गतिका न्यूनतम माप है। और एक निर्दिष्ट समय मे कोई शक्ति किसी वस्तु मे जितनी गति उत्पन्न करती है वह गति उसी क्रमसे घटती वा बढ़ती है जिस क्रमसे कि उस वस्तु का परिमाण बढ़ता वा घटता है, अर्थात् उन दोनों मे परस्पर व्यस्त अनुपात का सम्बन्ध है; यथा, दो वस्तुमे यदि एक सी शक्ति प्रयुक्त हो और एक वस्तु का बोझ दूसरे के बोझसे दूना हो तो हलकी वस्तु की गति भारी वस्तु की गतिसे दूगनी होगी। गतितत्वका यह एक मूल नियम है इसलिये इसके समझाने के लिये दो एक साधारण दृष्टान्त दिखलाए जाते हैं; जो दो नाव हों, एक बहुत बड़ी दूसरी की अपेक्षा, और एक मे रस्सी बांधकर दूसरी परसे खैंचें, और जल वायु का विरोध नहो तो एक नाव की गति दूसरी की ओर इतने गुण अल्प होगी जितने गुण वह दूसरी से बड़ी है; और दूसरी की गति इतने गुण अधिक होगी जितने गुण वह छोटी है; अथवा कल्पना करो कि दो वस्तु एक अनमनीय शलाका के द्वारा जिसमे अपना कुछ बोझ नहि संयुक्त हैं, और एक वस्तु का बोझ दूसरे के बोझसे चौगुणा है, अब कोई बाह्य शक्ति

(1) Unit of measure (3) Inverse proportion
(2) Fundamental proportion

6367

यदि इन दोनों वस्तुओं को एक दूसरे की चारों ओर परि भ्रमण[1] करावे, तो परीक्षा से स्पष्ट होगा कि हल्की वस्तु का इन्न भारी वस्तु के इन्न से चौगुणा होगा। यह स्मरण रखना चाहिये कि वस्तु के बोझ के अनुसार गति की न्यूनता अधिकता होती है, उसके माप के अनुसार नहि, क्योंकि वस्तु मे परमाणुओं की जितनी अधिकता और सङ्कीर्णता होती है उतनी हि उसे गति प्रदान के निमित्त अधिक शक्ति की आवश्यकता होती है॥

२८। यदि कोई शक्ति एक वस्तु पर क्षणमात्र कार्य करके निवृत्त होजावे तो उसका कार्य्य अर्थात् वेग जो वस्तु को प्राप्त हुआ है (और कोई उसका बाधक नहोने से) सर्व्वदा समान रहेगा, अतएव इस प्रकार वेग को समवेग[2] कहते हैं, और एक सेकेण्ड (अर्थात् २॥ विपल) मे वस्तु जितना स्थान अतिक्रम करे वह उसके वेग का माप होता है॥

२९। परन्तु प्रथम क्षण के पीछे भी यदि वह शक्ति अपना कार्य्य करती चली जावे तो वस्तु का वेग बराबर बढ़ता चला जावेगा और प्रति सेकेण्ड मे अधिक होगा, यदि शक्ति का परिमाण समान रहे तो प्रति सेकेण्ड मे जो वेग की अधिकता होगी वह समान होगी,

(1) Circle (2) Uniform Velocity

यथा, प्रथम सेकेण्ड मे यदि १ फुट का वेग हो और दूसरे सेकेण्ड मे ३ फुट का, तो (शक्ति का कार्य्य समान होने से) तीसरे सेकेण्ड मे ५ फुट का वेग होगा और चौथे सेकेण्ड मे ७ फुट का, इसी प्रकार प्रति सेकेण्ड मे २ फुट वेग अधिक होता जायगा। इसी रीति पर जो वेग समान क्रम से बढ़ता चला जावे उसे सम-वर्द्धमान(१) वेग कहते हैं॥

२८। यदि शक्ति समान न रहे, अथवा वस्तु के वेग की [illegible] अन्य नियम से हो, तो उस प्रकार वेग को विषम-वर्द्धमान वेग कहते हैं॥

२९। इसी प्रकार, किसी वस्तु पर एक शक्ति का तात्कालिक कार्य्य होकर, यदि अन्य शक्ति उस कार्य्य के विरुद्ध समान रूप से कार्य्य करे तो उस वस्तु का वेग क्रमशः घटता जायगा, और उस घटने का क्रम उसी प्रकार होगा जैसा कि बढ़ने का क्रम ऊपर वर्णन किया गया, अर्थात् प्रति सेकेण्ड मे क्षय समान होगा; जो वेग इस प्रकार समान रूप से क्षय होता जावे उसे सम-क्षीयमाण(३) वेग कहते हैं॥

३०। पर विरोधी शक्ति का कार्य्य यदि समान न हो, तो वस्तु के वेग का क्षय किसी अन्य नियम से होगा, और उस प्रकार वेग को विषम-क्षीयमाण(४) वेग कहते हैं॥

(1) Uniform accelerated Velocity

(2) Variably accelerated Velocity

३१। जिस वस्तु की गति परिवर्त्तन शील है उस्का वेग किसी क्षण मे उस स्थान से निरूपित होगा जोकि एक सेकेण्ड मे वह अतिक्रम करता यदि उस्का वेग उतने काल वैसाहि रहता जैसाकि उस निर्दिष्ट क्षण मे॥

केन्द्रों के समन्तात वस्तुओं की गति

३२। जब कोई वस्तु भ्रमण न करके सीधी चलती है जिससे उस्के प्रत्येक अवयव मे समान गति हो, जैसे कि कोई वस्तु समतल पर फिसलती चली जाय तो उस्की उस गति को अपसारिणी(१) गति कहते हैं॥

३३। परन्तु यदि कोई अवयव उस्का स्थिर हो जिसके और अवयव उस्के वेग मे हों, तो वह वस्तु स्थिर अवयव के समन्तात भ्रमण करेगी अतएव उस्की इस गति को आवर्त्तनी(२)-गति कहते हैं; और उस वस्तु के किसी अवयव की निर्दिष्ट समय मे (यथा १ सेकेण्ड मे), चाप रूप गति की लम्बाई को अर्ख-गति कहते हैं॥

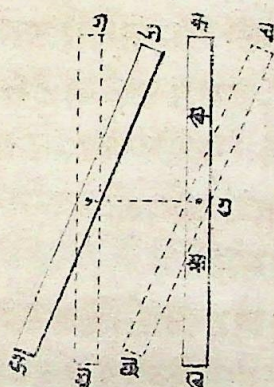
३४। ऐसा होसकता है कि किसी वस्तु मे कुछ तो अक्ष-गति हो और कुछ अपसारिणीगति जैसे रैफल नामक बन्दूक से जो गोली छूटती है उसमे दोनों प्रकार की गति होती हैं, क्योंकि उस्की नली मे पेचदार

(१) Motion of translation
(२) Rotatory Motion. (३) Arc
(४) Angular Velocity

फिरती (स्थिर) होती है, उसी देख उसमें से निकलकर गोली में भी एक तो आवर्त्तिनी और दूसरी आगे जाने की स्वाभाविक गति होती है; इसका दृष्टान्त इस प्रकार दोहरी गतिका वाष्पीय पोत (अगनबोट) के पहिये हैं जो कि धूआंकश-नाव के साथ आगे भी बढ़ते जाते हैं और अपने धुरे पर भी घूमते हैं॥

३५। स्थिर वस्तु पर जब किसी वेग कारक शक्ति का कार्य्य उस वस्तु के गुरुत्व केन्द्र में से हो तो उसमें अपसारिणी गति उत्पन्न होगी, क्योंकि उसमें इधर उधर [illegible]ने की [illegible]ता नहिं; पर यदि शक्ति का कार्य्य गुरुत्व-केन्द्र के किसी एक पार्श्व में होकर हो, तो उस वस्तु में कुछ तो आवर्त्तिनी गति होगी और कुछ अपसारिणी गति, और ये दोनों गति इस प्रसिद्ध नियम के अनुसार होंगी, आवर्त्तिनी गति तो ऐसी होगी जैसी कि उस वस्तु के, एक धुरे पर, जो उसके गुरुत्व केन्द्र में से होकर जावे, जड़े हुए होने से हो जिससे अपसारिणी गति कुछ न हो सके, और अपसारिणी गति ऐसी होगी जैसी कि शक्ति के गुरुत्व केन्द्र में से कार्य्य करने से हो जिस से आवर्त्तिनी गति कुछ न हो सके॥ यथा चित्र १२ में क ख आयताकार(१) वस्तु के आ० बिन्दु पर यदि एक गतिकारिणी(२) शक्ति का इस प्रकार आघात हो

(१) Rectangular (२) Impulsive

(चित्र १२)

कि जो वह गुरुत्वकेन्द्र गु० पर होता तो वह वस्तु एक
निर्दिष्ट समय मे अपसारिणी गति से गज [illegible]
ऊंचती अथवा जो वह आघात आ० विन्दु पर होता औ-
र वस्तु को एक स्थिर धुरे पर, जो उसके गुरुत्वकेन्द्र गु०
मे लगा होता, घूमना पड़ता तो उसी समय मे उसे आ-
दिक स्थान कख पर ठहरना पड़ता; तो वह काल व-
स्तु कख के समान्तर जज स्थान पर ठहरेगी, जहां उसे
गुरुत्वकेन्द्र को उतनाहि चलना पड़ा जितना कि पहि-
ले अनुमान पर चलना पड़ता, और वह वस्तु स्वयं
अपने गुरुत्वकेन्द्र पर उतने कोण परहि घूमी जित-
नी कि वह दूसरे अनुमान पर घूमती। आ० विन्दु
जिस पर आघात लगा वस्तु के चाहे किसी अंशमे हो,
उसके गुरुत्वकेन्द्र की गति समानहि रहेगी; परन्तु उसी

अस्त-गति आ० बिन्दु से गुरुत्वकेन्द्र की (जिसके समन्ता-
त् सर्व्वदा और सारी अवस्थाओं मे वह घूमेगी) इसी
पर निर्भर करेगी। सो यदि शक्ति वस्तु के एक सिरे ख पर
कार्य्य करे, तो दोनों सिरे क ख के प्रान्त बिन्दु की अस्त-ग-
ति गुरुत्वकेन्द्र की गति से अधिक होगी; और जो कि क
सिरा गुरुत्वकेन्द्र की विरुद्ध दिशा मे घूमने वाला है, प-
थमतः यह जिस ओर आघात लगा है उधर अस्त-गति
और गुरुत्वकेन्द्र की गति के अन्तर के समान गति से घूमे-
गा। पर ज्यों ज्यों गु० के निकट होते जांय त्यों त्यों अस्त-
गति भी न्यून होती जाती है, सो क० और गु० के बीच ए-
क बिन्दु (यथा स०) ऐसा होगा जहां कि यह (अस्तगति)
गुरुत्वकेन्द्र की गति के समान होगी, वह बिन्दु इसलि-
ये स्थिर रहेगा जब कि वस्तु पहिले घूमने लगेगी; क्यों-
कि क स अंश शक्ति की ओर घूमेगा और स ख अंश उध-
र से हटेगा। इस स० बिन्दु को स्वयमावर्त्तन(1) केन्द्र कह-
ते हैं, और इसका लक्षण यह है कि वस्तु मे आघात ल-
गने से जो बिन्दु सब के पीछे चले अथवा आघात ल-
गने से जिसके समन्तात् वस्तु झटिति घूमने लगती है
वह स्वयमावर्त्तन केन्द्र है। और आ० बिन्दु(2) जहां पर कि
उस वस्तु मे आघात लगता है आघातकेन्द्र कहलाता
है॥

(1) Centre of spontaneous rotation
(2) Centre of percussion

२८। गुरुत्व केन्द्र से स्व· विन्दु की दूरी पूर्व्वोक्त से आ· विन्दु की दूरी पर निर्भर करती है, क्योंकि मध्योक्त दूरी ज्यों२ बढ़ती है शेषोक्त दूरी त्यों२ घटती जाती है। जब आ· विन्दु वस्तु के सिरे ल पर पहुंचता है तब स्व· गु· दूरी क ख लम्बाई का षष्ठम अंश होता है, फेर ज्यों२ आ· विन्दु गु· के निकट आता जाता है त्यों२ स्व· विन्दु उससे दूर होता जाता है, जब आ· गु· क ख लम्बाई का षष्ठम अंश रह जाता है, तब स्व· विन्दु क सिरे से जा मिलता है; और आ· विन्दु यदि गु· से और भी निकट हो, तो स्वयमावर्त्तन क - वस्तु के क सिरे से बाहर किसी स्थान मे होता है, और आ· जब गु· के निकटवर्त्ती होता जाता है, तो गु· से स्व· की दूरी बढ़त बढ़ती जाती है जब आ· गु· से जा मिलती है तब स्व· गु· अनन्त होजाता है, अर्थात्, जैसे पहिले कहागया उस वस्तु मे आवर्त्तिनी गति नही रहती।

२९। स्वयमावर्त्तन केन्द्र और आघात केन्द्र परस्पर स्थानव्यति हारी हैं; अर्थात् आ· विन्दु पर आघात लगने के समय स्व· विन्दु यदि स्वयमावर्त्तन केन्द्र हो तो स्व· पर आघात लगने से आ· स्वयमावर्त्तन केन्द्र होजायगा॥

३०। उस वस्तु को यदि ल· अथवा आ· विन्दु पर

लटका दें जिससे वह घड़ी की लटकन(१) की न्याई आन्दोलन करे, तो उसका आन्दोलन उतने समयमेंहि होगा जितने मे, उस वस्तुका सारा बोझ दूसरे बिन्दु आ॰(बा) स॰ मे एकत्र होनेसे, होना चाहिये, अर्थात् किसी वस्तुके समभारतन केन्द्रको यदि उसका आलम्बन केन्द्र(२) बनाया जाय तो उसका आघातकेन्द्र उसका आन्दोलन केन्द्र(३) होजायगा॥

३९। घूर्णायमान वस्तुमे आघातकेन्द्र वह बिन्दु है जिसमे अन्य किसी वस्तुका आघात होनेसे उसपर सबसे अधिक कार्य होता है, तब घूर्णायमान वस्तु की सारी गति कारिणी शक्ति विरोधी वस्तु मे आजाती है॥

४०। स्थिर धुरे पर घूमने वाली वस्तु के किसी परमाणु वा अवयव की शक्ति धुरे से उसकी दूरी के साथ अनुपात(४) सम्बंध रखती है, और दूरी के वर्ग गुणित (उस परमाणु वा अवयव के) बोझ के तुल्य होती है। इसलिये वस्तु की सारी गति कारिणी शक्ति, उसके प्रत्येक परमाणु के बोझ को, गत्यन्तसे(५) उसकी दूरता, के वर्ग से गुणन करने से जो फल होता है उनकी समष्टि के समान है, और इस समष्टिको उस वस्तु के तदल की समन्तात् "जड़ता की मात्रा"(६) कहते हैं।

४१। "जड़ता की मात्रा" को यदि वस्तु के सारे बोझ से भाग दें, तो लब्धि, अन्तसे वह दूरी है जिसपर वस्तु का सारा बोझ एकत्र हो जानेसे उसमे यदि गति कारिणी शक्ति हो जैसी

(१) Pendulum (२) Centre of suspension
(३) Centre of oscillation. (४) Proportional
(५) Axis of rotation (६) Moment of Inertia

कि पहिले थी, इस दूरी को उस वस्तु की "भ्रमण-त्रिज्या"(१) कहते हैं।

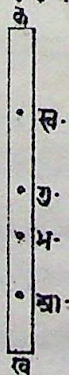
४२. अधोलिखित कोष्ठ में कई प्रकार वस्तुओं के "जड़ता की मात्रा" और "भ्रमण-त्रिज्या" लिखी है।

वस्तुओं का और उनके भ्रमण का प्रकार	जड़ता की मात्रा	भ्रमण-त्रिज्या $=\sqrt{\frac{\text{जड़ता की मात्रा}}{\text{वस्तु का तोल}}}$
एक पतली छड़ी, जो अपने एक सिरे पर भ्रमण करे; ल = उसकी लम्बाई, और व = क्षेत्रफल	$व \frac{ल^{३}}{३}$	·५७७३५ ल
Rectangular Parallelopiped एक घन आयत, जो ऐसे एक धुरे के समन्तात् भ्रमण करे जो आयत की एक धार के समानान्तर गुरुत्व केन्द्र में से होकर जावे; यह धार = घ, और दो धार = क और ग	$\frac{घकग(क^{२}+ग^{२})}{१२}$	·२८८६७५ $\sqrt{(क^{२}+ग^{२})}$
एक गोल डण्डा जो अपने धुरे पर भ्रमण करे; उ = ऊंचाई, और त्रि = त्रिज्या	१·५७०८ उ $त्रि^{४}$	·७०७११ त्रि
एक गोल डण्डा जो अपने अक्ष (*Axis*) के लम्ब रूप धुरे पर जो उसके गुरुत्व केन्द्र में से होकर जावे भ्रमण करे	·७८५४ उ $त्रि^{२}(त्रि^{२}+\frac{१}{३}उ^{२})$	$\frac{\sqrt{(त्रि^{२}+\frac{१}{३}उ^{२})}}{२}$
एक पोली नली जो अपने धुरे पर भ्रमण करे, उ = ऊंचाई, त्रि = मध्यम त्रिज्या (*Mean radius*), और म = मोटाई	६·२८३ उ त्रि म $(त्रि^{२}+\frac{म^{२}}{४})$	$\sqrt{त्रि^{२}+\frac{म^{२}}{४}}$
Cone एक शङ्कु, जो अपने धुरे पर भ्रमण करे; उ = ऊंचाई, और त्रि = आधार (*base*) वृत्त की त्रिज्या	·३१४१६ उ $त्रि^{४}$	·५४७७ त्रि
एक गोला, जो किसी व्यास के समन्तात् भ्रमण करे, त्रि = त्रिज्या	१·६७५५ $त्रि^{५}$	·६३२४६ त्रि

(१) *Radius of Gyration*

४३। किसी वस्तु की जड़ता की मात्रा उस स्थल के समकान्तर जो उसके गुरुत्वकेन्द्र में से होकर जावे यदि विदित हो, तो उस स्थल के समानान्तर अन्य किसी स्थल के समकान्तर उसकी जड़ता की मात्रा उस राशि के समान होगी जो वस्तु के बोझ को दोनों स्थलों के अन्तर से गुणा करके, गुरुत्वकेन्द्र गत स्थल के समकान्तर जड़ता की मात्रा में जोड़ देने से होती है।

४४। चित्र १२ में कख आयत का स० यदि स्वयमावर्तन[1] केन्द्र हो गु० = गुरुत्वकेन्द्र, भ० = भ्रमण केन्द्र, और आ = आघातकेन्द्र हो; तो स० गु० : स० भ० : : स० भ० : स० आ०, अर्थात् स्वयमावर्तन केन्द्र से भ्रमण केन्द्र का अन्तर, स्वयमावर्तन केन्द्र से गुरुत्वकेन्द्र और स्वयमावर्तन केन्द्र से आघात केन्द्र के अन्तरों के बीच मध्ये[2] सम्बन्धी है।

(चित्र १२)

(1) Centre of Gyration. (2) Mean Proportion

४४। अधोलिखित प्रकोष्ठ मे, एक आयताकार पटी यथा क ख के स्व० गु०, स्व० भ०, और स्व० आ० के अन्तर, जब कि स्वयमावर्जन केन्द्र उत्तरोत्तर आधी लम्बाई के, गु० के प्रति दशमांश पर हो, लिखे गए हैं; और पटी की सारी लम्बाई २० के समान ली गई है। इस प्रकोष्ठ मे दृष्ट होगा कि ज्यों २ स्वयमावर्जन केन्द्र सिरे क से गुरुत्व केन्द्र के निकटवर्ती होता जाता है त्यों २ आघात केन्द्र से उसका (स्वयमावर्जन केन्द्र का) अन्तर घटता जाता है जब तक कि वह एक ऐसे बिन्दु पर पहुंचता है जिसके पार होकर वह अन्तर फेर बढ़ने लगता है और जब स्व० गु० मिल जाते हैं तब (वह अन्तर) अनन्त होजाता है, जब ऐसा होता है तब भ्रमण केन्द्र, प्रधान(१) भ्रमण केन्द्र कहलाता है॥

पटी के क सिरे से स्वयमावर्जन केन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्जन केन्द्र से गुरुत्व केन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्जन केन्द्र से भ्रमण केन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्जन केन्द्र से आघात केन्द्र का अन्तर
०	१०	११·५४६	१३·३३३
१	९	१०·६९३	१२·७०४
२	८	९·८५६	१२·१६७
३	७	९·०७४	११·७६२
४	६	८·३२७	११·५५५
५	५	७·६३८	११·६६७
६	४	७·०२४	१२·४४४
७	३	६·५०६	१४·१११
८	२	६·११०	१८·६६७
९	१	५·८५९	३४·३३३
१०	०	५·७७३	००

(१) Principal Centre of Gyration

बल[1] और कर्म[2]

५८। गतिकारक शक्ति का कर्म किसी बोझ के अपना है जो एक निर्दिष्ट अन्तर पर पहुंचाया जाय; जैसे १ सेर बोझ किसी शक्ति से १ हाथ के अन्तर पर पहुंचाया जाय तो उस शक्ति का न्यूनतम कर्म-मान[3] (एक गुणा एक अर्थात) एक हुआ; यदि और कोई शक्ति एक सेर को दो हाथ के अन्तर पर पहुंचावे, अथवा २ सेर को १ हाथ के अन्तर पर पहुंचावे, तो उसके कर्म का मान (एकगुणा दो वा दो गुणा एक अर्थात) दो हुआ।

५९। हम पहिले कह चुके हैं कि किसी वस्तु पर यदि एक गतिकारक शक्ति प्रयुक्त हो और कुछ निर्दिष्ट क्षण पर्यन्त बनी रहे तो उस वस्तु मे एक वेग[4] आ जायगा और उस वेग की अधिकता उसी सम्बन्ध से होगी जिस सम्बन्ध से कि उस शक्ति के प्रयोग काल की अधिकता हो। उस वस्तु मे वेग उत्पन्न करने के निमित्त जितना कर्म हुआ है वह विनष्ट नहि हुआ, वरन्च उसमे सञ्चित होगया, और यदि उसकी गति की विरोधी अन्य कोई शक्ति प्रयुक्त हो तो उसके विरोध के रोकने मे वह कर्म व्यय होगा; और वह वस्तु स्थिर न होगी जबतक कि विरोध के रोकने मे वह उतनाहि कर्म न कर लेगी जितना कि वेग के

(1) Vis Viva (2) Work (3) Unit of work
(4) Velocity

प्राप्त होनेमे उसपर कर्म्म हुआथा। गति विशिष्ट वस्तु मे जो इस प्रकार कर्म्म सञ्चित होताहै वह उस वस्तु के "बल" का आधा होताहै और वेगके वर्ग का अनुपात सम्बन्ध रखता है,* अर्थात् दो वस्तु यदि समान बोझके हों, पर वेग एकका दूसरे से द्विगुण हो तो अल्प वेग विशिष्ट वस्तुके स्थिर होनेमे जितना कर्म्म होगा अधिक वेग विशिष्ट वस्तुके स्थिर होनेमे उससे चतुर्गुण कर्म्म होगा। पर विरोधी शक्ति का कार्य्य, जिसको करनेमे गति विशिष्ट वस्तुका बल व्यय होजाने वाला हो, यदि समान हो, तो धीरे चलनेवाली वस्तुके स्थिर करनेमे जितना समय लगेगा, उससे ठीक दूना समय शीघ्रगामी वस्तुके स्थिर करनेमे लगेगा। अतएव यदि हम उन दोनों वस्तुओंके केवल कर्म्मको ग्रहण करें जो वे एक समयमे करसकते हों, तो वह केवल उनके वेगका अनुपाती[1] होगा। उल्लिखित वर्णनका संक्षेप तात्पर्य्य यह है कि, गति विशिष्ट वस्तुकी शक्ति, अथवा एक निर्दिष्ट समयमे वह जितना कर्म्म करती है वह वेग गुणा बोझके अनुसार न्यूनाधिक होताहै, पर इसकी सारी सञ्चित शक्ति, अथवा स्थिर होनेतक इसका सारा

* वस्तुका बोझ यदि बो· हो, ग उसका वेग हो (अर्थात् प्रति सेकेण्डमे जितने फुट वह चलती हो), व उसका बल हो, और गु गुरुत्वकी आकर्षण ३२.२ के तुल्य हो; तो (गति विशिष्ट) वस्तुके बल निर्धारणका यह ध्रुवा है,

$$व = \frac{1}{2} बो \cdot ग^2$$

(1) Proportional

कर्म्म चाहे उसमें कितनाहि समय लगे (अर्थात उसका आधा बल) उस राशि के अनुसार, जो वेगके वर्गको बोझ से गुणन करनेसे निष्पन्न होती है, न्यूनाधिक होता है। इसका एक दृष्टान्त यह है कि, कल्पना करोकि एक सीधी और समतल लोहे की सड़क पर गाड़ियों की पंक्ति चल रही है, और वेग उसका चाहे कितनाहि हो उसकी चाल के प्रति विरोध समान हो। इस गाड़ियों की पंक्ति का वेग घण्टे मे १५ मैल हो, और अगले ष्टेशन* पर पहुंच कर ठैर जाने के निमित्त उसका चलाने वाला ष्टेशन के एक मैल रहते वाष्पको बन्द करदे, और इस एक मैल का विरोध गाड़ीओं को ष्टेशन पर छै मिनटमे ठैराने के योग्य हो। अब फेर कल्पना करो कि उन्ही गाड़ियोंका वेग घण्टे मे ३० मील हो और उनको ष्टेशन पर पहुंच कर ठैराना हो, तो विरोध यदि पूर्व्ववत्‌ होतो वाष्पको ष्टेशन के चार मैल रहते बन्द करना पड़ेगा, पर इस चार मैलके पहुंचने मे समय १२ मिनटका लगेगा। एक और दृष्टान्त यह है कि समान बोझ के दो गोले यदि ऊपर को छोड़े जांय, एक का वेग दूसरेके वेगसे दुगना हो, और कल्पना करो कि वायु का विरोध हटालिया जाय, केवल गुरुत्व का नियम

* ष्टेशन रेल गाड़ियोंके अड्डे को कहते हैं, जहां पहुंच कर वे कुछ विश्राम करती हैं, और किंयत्‌ काल ठैरकर फेर वहां से चल देती हैं।

विरोध उनकी गति का बाधक हो, तो जो गोला दुगने वे-ग से छोड़ा गया वह दूसरे की अपेक्षा चौगुना चढ़े-गा, पर काल केवल दुगुना लगेगा॥

सम-वर्द्धमान-गति

४८। सम-शक्तियों से गति उत्पन्न होने वाली वस्तु-ओं के देश,(५) काल और वेग के वे सम्बन्ध जो प्रायशः स-मय में आते हैं* निम्नलिखित नियमों से ज्ञात होंगे।

(क) किसी वस्तु में सम-शक्ति के कार्य्य से एक निर्दिष्ट सम-य में जो वेग उत्पन्न होता है, वह उस शक्ति के परिमाण के अनुसार न्यूनाधिक होता है, अर्थात् उससे अनुपा-त सम्बन्ध रखता है।

(ख) किसी वस्तु में सम-शक्ति के कार्य्य से एक निर्दिष्ट समय के अन्त में जो वेग उत्पन्न होता है, वह उस समय के अनुसार न्यूनाधिक होता है, अर्थात् उससे अनुपा-त सम्बन्ध रखता है।

* कोई वस्तु जो सम शक्ति "श" से गति प्राप्त होती है उसके गति से के एक के वेग को कहेंगे, यदि "वे" से निर्देश करें, और जो देश कि वह समय "स" में अतिक्रम करे उसे "दे" से समझें, तो निम्नलिखित ध्रुवे इन सब राशियों के सम्बन्धों को ज-ता लावेंगे।

$$वे = शस = \frac{२दे}{स} = \sqrt{२शदे}$$

$$श = \frac{वे}{स} = \frac{२दे}{स^२} = \frac{वे^२}{२दे}$$

$$दे = \frac{सवे}{२} = \frac{शस^२}{२} = \frac{वे^२}{२श}$$

$$स = \frac{वे}{श} = \frac{२दे}{वे} = \sqrt{\frac{२दे}{श}}$$

(५) Spaces

(ग) कोई वस्तु सम शक्ति के कार्य्य मे उत्तरोत्तर प्रति से-केण्ड (अथवा समय के और किसी समान विभाग) मे जितना देश अतिक्रम करेगी वह विषय श्रेढि १, ३, ५, ७, ९, इत्यादि संख्याका यथाक्रम अनुपाती होगा।

(घ) कोई वस्तु सम शक्ति के कार्य्य मे गति के आरंभा-वधि जितना देश अतिक्रम करेगी वह, समय के व-र्गका अनुपाती होगा (अर्थात् जितना२ समय उस वस्तुके चलने मे लगेगा उसके अनुसार न्यूनाधिक होगा।

(ङ.) किसी वस्तु मे, सम शक्ति के कार्य्य से, एक नि-र्दिष्ट देश के अतिक्रम करने मे जो वेग उत्पन्न होगा वह, उस देशके वर्ग मूल का अनुपाती होगा।

(च) कोई वस्तु अपनी गति के आरम्भावधि सम श-क्ति के कार्य्य मे जितना देश अतिक्रम करेगी वह, उस देशका आधा होगा जो उतने समय मे, शेष वेग के तुल्य सर्व्व क्षण मे समान वेग होने से वह अतिक्रम करती।

४९। उक्त नियमों को स्फुट रूपसे एक दृष्टि मे दिख-लाने के लिये, और उन्के परस्पर सम्बन्ध के सम्यक्बो-ध के लिये, निम्न लिखित प्रकोष्ठ, जिसमे अङ्क सेकेण्ड तक के यह हैं, दियाजाता है।

समय अर्थात् शक्ति ने कितनी देर तक कार्य किया	वेग जो वस्तु मे उत्पन्न हुआ	देश जो सारे समय मे अतिक्रम किया	देश जो प्रत्येक उत्तरोत्तर क्षण मे अतिक्रम किया
१	२	१	१
२	४	४	३
३	६	९	५
४	८	१६	७
५	१०	२५	९
६	१२	३६	११
७	१४	४९	१३

गुरुत्वजन्य गति

५०। जो कि गुरुत्वजन्य शक्ति दिशा और परिमाण मे सर्वदा एकसी* रहती है; इसलिये यह और सब शक्तियों की न्यूनतम[1] प्रमापक सर्वत्र निर्धारित हुई है, अर्थात् और सब शक्तियों की इसी शक्ति से तुलना होती है। गुरुत्व शक्ति का यथार्थ परिमाण लण्डन के अक्षांश[2] मे (जो बड़ी सावधानता से मापागया) यह

* वस्तुतः गुरुत्वजन्य शक्ति सर्व्वत्र एकसी नहि होती, क्योंकि पृथिवी के केन्द्र से जितने दूर कोई स्थान हो उसकी दूरी के वर्ग के अनुसार यह न्यूनाधिक होती है, पर इससे ऐसा थोड़ा भेद पड़ता है कि पृथिवी के ऊपर के तल की गुरुत्व शक्ति को यदि १०,००० से निर्देश करें, तो उससे एक मैल ऊंचे स्थान की गुरुत्व शक्ति ९ ९ ९५४ होगी।

(1) Unit of measure. (2) Latitude

विदित हुआ कि इससे एक वस्तु प्रथम सेकेण्डमे २८६
२८९ इञ्च अर्थात प्राय ३२ १/६ फुट शून्यमे गिरेगी (शू-
न्यमे गिरने से तात्पर्य्य यह है कि उसके गिरनेके पथमे
वायु का विरोध कुछ भी न हो)।

५१। किसी निर्दिष्ट समयमे एक वस्तु निर्विरोध गुरुत्व
जन्यशक्ति से कितनी गिरेगी यह निरूपण करने के
लिये समय (सेकेण्ड) के वर्गको १६ १/१२ (अथवा स्थू-
ल गणना मे १६) से गुणन करना चाहिये, जिससे फु-
ट निकलेंगे। किसी निर्दिष्ट उंचाइ से एक वस्तुके गि-
रने मे कितना समय लगेगा यह निरूपण करने के
निमित्त ऊंचाई के (फुटोंके) वर्ग मूलको ४ से भाग दे-
ना चाहिये, लब्धि सेकेण्ड (समय) होंगे, किसी निर्दि-
ष्ट समय तक यदि एक वस्तु पर गुरुत्वजन्य शक्तिका
कार्य्य हो और उस समय के अन्तमे वह वस्तु कितना
वेग प्राप्त होगी यह निरूपण करना हो तो समय (से-
केण्ड) को ३२ १/६ से गुणन करो, और गुणन फल वेग
(के प्रति सेकेण्ड फुटों) को बतावेगा; अथवा कोई वस्तु
किसी निर्दिष्ट उंचाई से गिरने मे कितना वेग प्राप्त हुई
है यह जानना हो तो उंचाई के (फुटोंके) वर्ग मूलको
८·०२ (अथवा स्थूल गणना मे ८) से गुणन करो, तो गु-
णन फल उस वस्तु का (प्रति सेकेण्ड, फुटोंमे) वेग

होगा।*

५२। निम्नलिखित प्रकोष्ट में, जो ४९ वें परिच्छेदस्थ प्रकोष्ट के नियमानुसार दिए बना है, गुरुत्व जन्य शक्ति के एक पातित वस्तु के (प्रति सेकेण्ड के) प्रकृत वेग और देश प्रदर्शित हुए हैं।

समय अर्थात् वस्तु के गिरने के सेकेण्ड	वेग जो प्रति सेकेण्ड वस्तु को प्राप्त हुआ उसके फ़ुट	देश अर्थात् सारे समय में जितने फ़ुट वस्तु गिरी	देश अर्थात् प्रति सेकेण्ड जितने फ़ुट वस्तु गिरी
१	३२ $\frac{१}{६}$	१६ $\frac{१}{१२}$	१६ $\frac{१}{१२}$
२	६४ $\frac{१}{३}$	६४ $\frac{१}{३}$	४८ $\frac{१}{४}$
३	९६ $\frac{१}{२}$	१४४ $\frac{३}{४}$	८० $\frac{५}{१२}$
४	१२८ $\frac{२}{३}$	२५७ $\frac{१}{३}$	११२ $\frac{७}{१२}$
५	१६० $\frac{५}{६}$	४०२ $\frac{१}{१२}$	१४४ $\frac{३}{४}$
६	१९३	५७९	१७६ $\frac{११}{१२}$
७	२२५ $\frac{१}{६}$	७८८ $\frac{१}{१२}$	२०९ $\frac{१}{१२}$

(१)

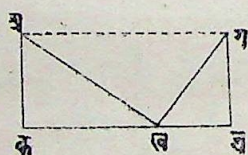
नतक्षेत्र पर गति

५३। कोई वस्तु गुरुत्व जन्य शक्ति के कार्य से यदि एक नतक्षेत्र पर उतरे, तो उसकी वर्द्धमान शक्ति उस अनुपात सम्बन्ध से घटती है जो नतक्षेत्र की लम्बाई

* ५० वें परिच्छेदस्थ सूत्रों में "ग" के स्थान में यदि ३२ अथवा ३२ $\frac{१}{६}$ रक्खा जावे तो वे गुरुत्व जन्य शक्ति से गतिमान वस्तुओं के देश काल, और वेग के सम्बन्ध बतावेंगे।

(1) Inclined planes

और उसकी उंचाई में है, और इसीलिये उतरने का का-
ल भी उसी सम्बन्ध से बढ़जाता है; पर वस्तुका वेग
क्षेत्र की तली पर पहुंच कर उतनाहि होजाताहै जित-
ना कि स्वतन्त्र उस उंचाई से गिरने से होता जो कि क्षेत्र
की उंचाई है, क्षेत्रकी लम्बाई अथवा नति चाहे कित-
नीहि हो। परन्तु रगड़ के विरोध से जो गति और वेग
में न्यूनता होती है वह यहां नहि सोची गई। यथा;

(चित्र २४)

चित्र २४ मे अख और गख यदि दो नतक्षेत्र हों और दो-
नों की उंचाई अक, गख समान हों, पर लम्बाई, और
इसीलिये नतिका क्रम भी विभिन्न हो। तो, क्षेत्र अख
पर गुरुत्व जन्य शक्ति, स्वाभाविक गुरुत्व जन्य शक्तिसे
वहि सम्बन्ध रक्खेगी जो कि क्षेत्र की उंचाई अक, उसकी
लम्बाई अख से सम्बन्ध रखती है; और उस वस्तुका क्षे-
त्र पर उतरने का काल उसकाल से जो कि उंचाई अक
से सीधे गिरने मे लगता वहि सम्बन्ध रक्खेगा, जोकि

लम्बाई अख का ऊंचाई अक से सम्बन्ध है। इसी प्रकार गख ततक्षेत्र पर उतरने की शक्ति, गुरुत्वजन्य शक्ति से वही सम्बन्ध रक्खेगी, जोकि ऊंचाई गघ का लम्बाई गख से सम्बन्ध है; और क्षेत्र पर उतरने का समय, ऊंचाई से गिरने के समय के साथ वही सम्बन्ध रक्खेगा जोकि लम्बाई गख का ऊंचाई गघ के साथ सम्बन्ध है। परन्तु इन दोनों क्षेत्रों पर उतरने मे वस्तु को वही वेग प्राप्त होगा जोकि ऊंचाई अक अथवा गघ से सतत्र ह्र प गिरने से होता।

घर्षण

५४। अभी तक वस्तुओं की जड़ता को ही हमने उनकी गति का विरोधक समझा है। पर व्यवहार मे गति के विरोध के और कई कारण हैं जिनमे मुख्य घर्षण वा रगड़ है, और उस मार्ग[1] का विरोध जिसमे से वस्तु की गति होता है। ये मार्ग प्रायशः वायु वा जल हैं। सो अब हम इन विरोधों का कुछ वर्णन करते हैं।

५५। हम पहिले कह चुके हैं कि वस्तुओं की गति के प्रति यदि वायु का विरोध न हो और रगड़ भी न हो, तो अत्यल्प परिमाण शक्ति से भी चाहे कैसी ही बड़ी वस्तु हो गति प्राप्त होगी अर्थात् उसकी स्थिर अवस्था जाती रहेगी, यदि च अच्छे वेग की उत्पत्ति के निमित्त

(१) Medium

उस शक्ति का कार्य्य अधिक काल स्थाई होना चाहिये प-
र व्यवहार मे हम देखते हैं कि किसी बोझ के हिलाने
के लिये समधिक शक्ति प्रयोजनीय होती है, सो किसी
वस्तु के केवल हिलाने पर जितनी शक्ति की आवश्यक-
ता होती है वह उस वस्तु का अन्य वस्तु के साथ जिससे
वह मिली हुई है घर्षण का प्रमापक है। अपरञ्च ह-
म पहिले कह चुके हैं कि जब किसी वस्तु मे कुछ थोड़ी-
सी भी शक्ति प्रयुक्त हो तो वह बिना किसी और शक्ति के
सदैव चलती रहेगी, पर व्यवहार मे हम देखते हैं कि
किसी वस्तु के वेग के ह्रास-रहित रहने के लिये एक स्था-
ई शक्ति की आवश्यकता है, और यह शक्ति उस वस्तु के
गति जन्य घर्षण का प्रमापक है। इस वर्णन से ज्ञात
होगा कि दो प्रकार के घर्षण हैं, एक वह जो केवल दो
वस्तु के स्पर्श मे होता है जो गति के आरम्भ का विरोध-
क है और जिसके पराभव किये बिना वस्तु हिल नहि
सकती, और दूसरा वह जो दो वस्तु के रगड़ से अथ-
वा एक दूसरे मे मिलकर चलने से होता है जिसके प-
राभव करने के निमित्त और गति को समान रखने के
निमित्त एक स्थाई शक्ति की आवश्यकता है। इनमे से
पहिले प्रकार के घर्षण को स्थितिघर्षण,(१) और दूसरे
प्रकार के घर्षण को गतिघर्षण(२) कहते हैं।

(१) Friction of quiescence
(२) Friction of motion

५६। द्रव्यभेदसे घर्षण के परिमाणका भेद होता है, अर्थात् जिन दो द्रव्योंके तलमे[2] स्पर्श होताहै अथवा एक दूसरे पर रगड़ लगती है, उनकी विभिन्नताके अनुसार घर्षण का परिमाण न्यूनाधिक होताहै। और चरबी (वसा) तेल प्रभृति स्नेह विशिष्ट द्रव्य उनके बीचमे अर्थात् रगड़ के स्थान पर लगाये जानेसे घर्षण के उक्त परिमाण का बहुत लाघव होजाताहै; इन द्रव्योंको अंजन[1] कहते हैं। परीक्षा से यह भी विदित हुआ है कि जिन दो तलों[2] मे परस्पर रगड़ लगतीहै उनके परिमाण की, अथवा उनकीगति के वेगकी, न्यूनाधिकता से घर्षण के परिमाण मे कुछभी न्यूनाधिकता नहि होती, परन्तु उन तलों पर दवाव की न्यूनाधिकता से घर्षण के परिमाण मे न्यूनाधिकता होती है, अर्थात दवाव ज्यों२ बढ़ता जाताहै घर्षण का परिमाण भी त्यों२ बढ़ता जाताहै, और दवाव ज्यों२ घटता है घर्षण का परिमाण भी त्यों२ घटता है; फलतः विशेष२ तलों मे और उनके घर्षणके परिमाण मे जो (अनुपात) सम्बन्ध है वह सर्व्वदा एकही रहता है। किसी दो तलोंके बोझ और घर्षण मे, एकसी अवस्थामे, जो नित्य सम्बन्ध रहता है, बोझ चाहे कितनाहि हो (पर एक परिमित अवधिके

(1) Unguents (2) Surface

भीतर) उसे *Coefficient of friction* वा घर्षण की मात्रा कहते हैं॥

५०। निम्नलिखित प्रकोष्ठ मे कतिपय विभिन्न द्रव्यों की घर्षण की मात्रा जो परीक्षा से विदित हुई, लिखी हैं और उन्के साम्हने "विरोध की अवधि के कोण"(१) भी लिखे हैं जिन्का वर्णन आगे होगा।

द्रव्य जिन्का परस्पर स्पर्श हो	घर्षण की मात्रा	विरोध की अवधि के कोण।
गति घर्षण के विषय मे मोरिन साहब की परीक्षा		
कठिन पत्थर (जिससे चूना बनता है), उसी प्रकार पत्थर पर (*Calcareous*)	·६४	३२° ३′
नरम (मृदु) पत्थर (—तथा—), — उसी प्रकार पत्थर पर	·३८	२०° ४५′
लोहा, लोहे पर	·१४	७° ५८′
लोहा, ढले हुए लोहे और पीतल पर	·१८	१०° १२′
ढला हुआ लोहा, ढले हुए लोहे पर	·१५	८° ३२′
पीतल, पीतल पर	·२०	११° १९′
पीतल, ढले हुए लोहे पर	·२२	१२° २५′
पीतल, लोहे पर	·१६	९° ६′
चमड़े की माल, लकड़ी की गरारी पर	·४७	२५° ११′
— तथा, —, ढले हुए लोहे की गरारी पर	·२८	१५° ३९′

(१) *Limiting Angle of resistance*

"घर्षण की मात्रा" और "विरोध की अवधि के कोण" के उल्लिखित मूल्य बिना अनुलेप के हैं।

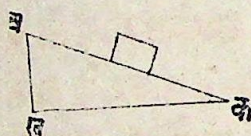
८८। पत्थर के घर्षण की मात्रा उनके मंजों (१) की कठिनाई और चिकने पन पर अधिकांश निर्भर करती है और ·५८ से ·८४ तक देखी गई है, और इनके विरोध की अवधि के कोण ३०° से ४०° तक देखे गए हैं।

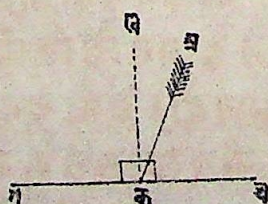
८९। जब अनुलेप इतना हो कि उसमे दोनों तल सम्पूर्ण पृथक् रहें, तो मोरिन् साहेब की परीक्षा के अनुसार चरबी वा ज़ैतून (२) के तेल से लकड़ी पर लकड़ी की, धातु पर लकड़ी की, लकड़ी पर धातु की, वा धातु पर धातु की घर्षण की मात्रा प्राय समान रहती है, और ·०७ और ·०८ के मध्य मे होती है; केवल इतना विशेष है कि चरबी का अनुलेप होने से धातु पर धातु की घर्षण की मात्रा ·१० होती है।

९०। स्पर्श के अधिक काल रहने से स्थिति घर्षण बढ़ जाती है। और यह भी देखा गया है कि जिन दो तलों मे स्पर्श हो उन पर यथोचित आघात वा धक्का लगने से स्थिति घर्षण विहरित होजाता है अथवा गति घर्षण के तुल्य रह जाता है।

९१। कोई वस्तु यदि एक ऐसे नत तल (३) पर रक्खी हो कि जिसकी प्रतिभि कख की लम्बाई (चित्र ९५ देखो) उसकी

(१) bed (२) olive oil (३) Inclined plane

ऊंचाई अक से वृद्धि (अवपात) सम्बन्ध रखती हो कि जो
(चित्र १५)

उस वस्तु का बोझ, उस क्षेत्र के तल पर उसके घर्षण की मात्रा से रखता हो तो वह वस्तु उस क्षेत्र पर फिसलने लगेगी और उस पर यदि कुछ भी वेग प्रयुक्त हो तो वह ऐसी चलती रहेगी कि मानो उसके प्रति घर्षण का विरोध कुछ भी न था।

(चित्र १६)

८०। यदि समतल क्षेत्र गघ पर निहित (चित्र १६ देखो) किसी वस्तु पर एक शक्ति का कार्य्य हो जिस की दिशा क्षेत्र पर लम्ब कख के साथ जो कोण अकख बना-

तो है वह यदि उतनाहि हो जितना कि चित्र ५९ मे ततले-त्रका कोण अकर्ष* है, तब वह वस्तु (शक्ति चाहे कितनी हि हो) तेज गच पर फिसलने वाली होगी, और कोण अकर्ष यदि कुछ भी बढ़ाया जाय तो वह वस्तु गति विशिष्ट होजायगी। मोसली साहब ने अकर्ष कोण का नाम "विरोध की अवधि का कोण" रक्खा है, विभिन्न द्रव्यों के निमित्त इसका मूल्य ५० परिच्छेदीय प्रकोष्ठ के तृतीय स्तम्भ मे लिखा है। यह विषय दिवाल और महराब के स्थापित निरूपण करने मे बहुत उपकारी है।

वायु का विरोध

८३। वस्तुओं की गति को दूसरा विरोध वायु का होता है। इस विरोध का परिमाण वस्तु के आकार पर निर्भर करता है; पर हम यहां केवल उस अवस्था का वर्णन करते हैं जब कि किसी वस्तु का समतल वायु के सन्मुख हो। ऐसी अवस्था मे विरोध का परिमाण सन्मुखीन समतल के क्षेत्रफल के अनुपात सम्बन्ध से न्यूनाधिक होता है; अर्थात् क्षेत्रफल जितना अधिक होता है विरोध भी उतनाहि अधिक होता है; पर वेग के वर्ग के अनुपात सम्बन्ध

* कोण अकर्ष अर्थात् "विरोध की अवधि का कोण" वह है जिसकी स्पर्शरेखा, त्रिज्या १ होने से, घर्षण की मात्रा के तुल्य होती है।

से न्यूनाधिक होता है। इस विरोध का परिमाण वस्तु की गहराई वा मोटाई पर भी कुछ निर्भर करता है, क्योंकि यदि दो वस्तुओं का समान समतल वायु के सन्मुख हो, और एक वस्तु पतली हो दूसरी मोटी, तो मोटी की अपेक्षा पतली वस्तु पर वायु का विरोध अधिक होता है। पतले समतल के प्रति वायु का विरोध जानने के लिये क्षेत्र फल के वर्ग फुटों को, प्रति सेकेण्ड जितने फुट वेग हो उसके वर्ग से गुणन करके गुणन फल को ·००१९ से गुणन करने से विरोध के "पौण्ड" अर्थात् अधसेरे निकलेंगे, जो घन वस्तु के प्रति वायु का विरोध जानना हो तो सामने के समतल के क्षेत्रफल को वेग के वर्ग से उसी प्रकार गुणन करके, गुणन फल को ·००१४ से गुणन करने से विरोध का परिमाण निकलेगा। जो एक पटी ऐसी हो कि उसकी लम्बाई उसके सामने के क्षेत्र के भुज से तिगुनी हो, तो क्षेत्रफल को वेग के वर्ग से गुणन करके उसी प्रकार फेर ·००१३ से गुणन करना चाहिये जिससे विरोध के परिमाण के अधसेरे निकलेंगे॥

जल का विरोध

८४। जल के विरोध के भी वैसे हि नियम हैं जैसे कि

वायुके विरोधके; अर्थात् विरोधके अभिमुख जो समतल हो उसके, क्षेत्रफल और वेगके वर्गके अनुसार विरोध के परिमाण का न्यूनाधिक होता है। विरोध के परिमाण के यौगिक अर्थात् अधसेर निकालने के लिये, समतल क्षेत्र फलके वर्ग फुटोंको वेगके वर्गसे गुणन करके गुणन फलको ·००५ से गुणन करना चाहिये।

डुबुआट नामक विद्वान ने निर्धारण किया कि जब कोई वस्तु किसी निर्दिष्ट वेगसे जल वा वायु के विरुद्ध गति करती है तब उसका विरोध इतना नहि होता जितना कि जल वायु उतनेहि वेग से उसवस्तु के, जो स्थिर हो, विरुद्ध गति करने से उनको विरोध मिलता है॥ इति—

ग्रन्थकर्त्ता के विरचित विक्रेय पुस्तक

मूल्य बिना महसूल

सरल व्याकरण, संस्कृत का हिन्दी में .... १)

लघु व्याकरण, ... तथा .... ॥)

नवीन चन्द्रोदय, हिन्दी का व्याकरण .... ।≡)

तत्त्वबोध, हिन्दी .... ॥)

उपनिषत्सार, संस्कृत हिन्दी .... ॥)

लक्ष्मीसरस्वती संवाद, हिन्दी, (कन्याओं की पाठ्य पुस्तक)

प्रथम भाग .... ≡)

द्वितीय भाग .... १)

शब्दोच्चारण (नवीन प्रकार, शीघ्र लिखने योग्य) .... =)

सद्धर्मसूत्र .... ≡)

जलस्थिति, जलगति, और वायुतत्त्व .... ॥)

स्थितितत्त्व और गतितत्त्व .... ।≡)

निदर्शन। जिन्हें इन पुस्तकों में से कोई पुस्तक मोल लेना हो वे ग्रन्थकर्त्ता के नाम अथवा "रेजिष्ट्रार पञ्जाब युनिवर्सिटि कालेज, लाहोर" इस पते से, मूल्य सहित पत्र भेजें। डाक महसूल प्रभृति भी प्रति पुस्तक =) के हिसाब से भेज दें। सरल व्याकरण के निमित्त महसूल ≡) भेजना चाहिये।